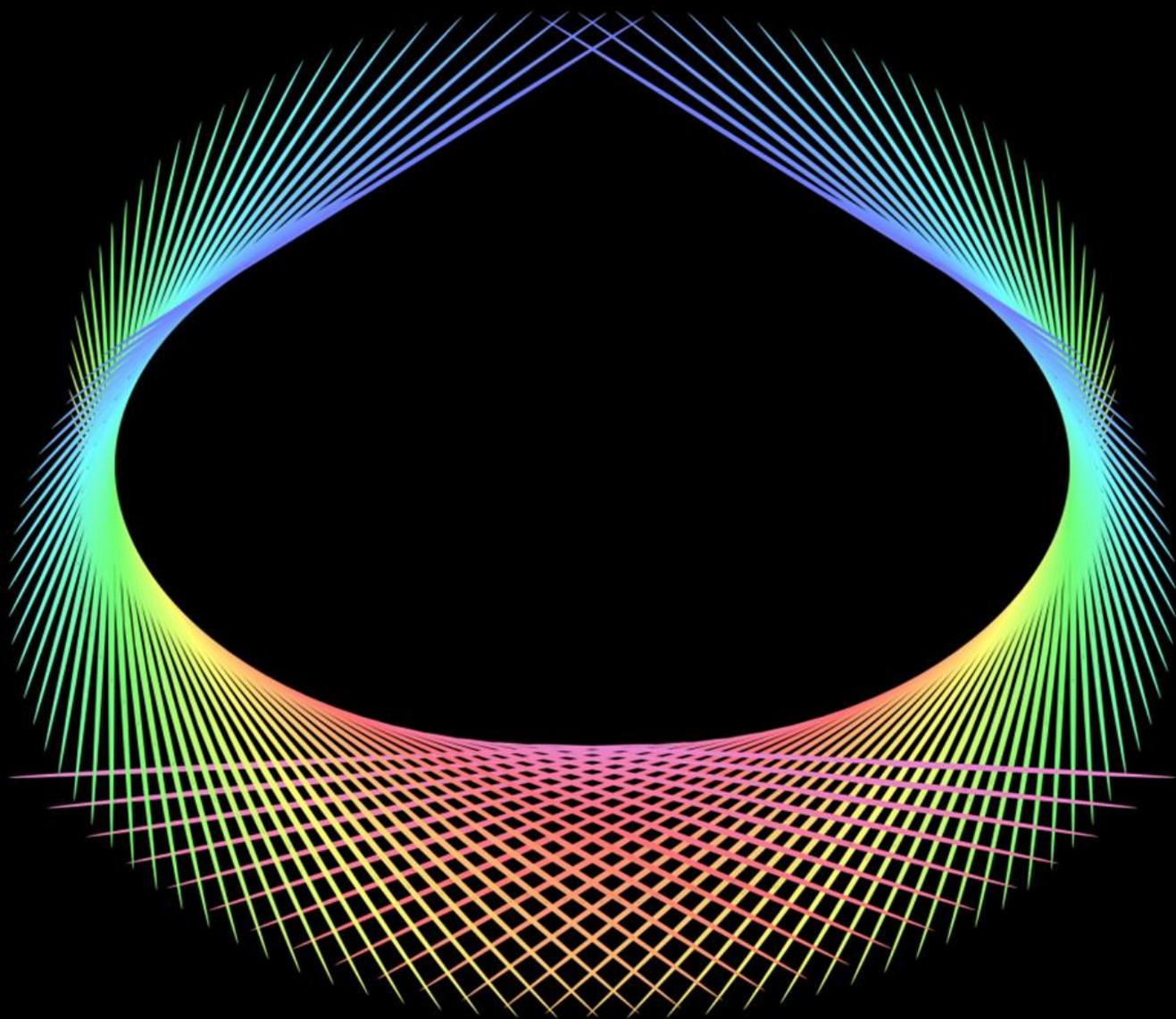


# **APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN A TRAVÉS DE**

*representaciones semióticas*



**Francisco Eduardo García Bramasco  
Saydah Margarita Mendoza Reyes  
Dalia Imelda Castillo Márquez  
Arturo Javier Gómez Dávalos**

# Aprendizaje del concepto de función a través de representaciones semióticas



**Editorial**

Aprendizaje del concepto de función a través de representaciones semióticas es una publicación editada por la Universidad Tecnocientífica del Pacífico, S.C.

Calle 20 de Noviembre, 75, Col. Mololoa,  
C.P. 63050. Tel (311)212-5253. *Fecha: Octubre 2018*  
[www.tecnocientifica.com](http://www.tecnocientifica.com)  
Primera Edición

**ISBN**

978-607-9488-79-6

Queda prohibida la reproducción total o parcial del contenido de la publicación sin previa autorización de la Universidad Tecnocientífica del Pacífico S.C.

# **Aprendizaje del concepto de función a través de representaciones semióticas**

## **Autores**

Francisco Eduardo García Bramasco

Saydah Margarita Mendoza Reyes

Dalia Imelda Castillo Márquez

Arturo Javier Gómez Dávalos

## **Diseño de portada**

Gisela Juliet Estrada Illán

## **Presentación**

Esta propuesta de investigación contiene secuencias didácticas que favorecen el tratamiento y las conversiones entre representaciones semióticas y donde se prioriza la articulación de los distintos registros a través del planteamiento de problemas contextualizados en el entorno del estudiante, otorgando sentido a la construcción del concepto de función. Por lo que se espera que estas secuencias contribuyan al aprendizaje y a una mejor aprensión del concepto de función por parte del alumno.

# ÍNDICE

|  | Pág. |
|--|------|
| CAPÍTULO I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....                                | 7    |
| 1.1 Introducción .....   | 7    |
| 1.2 Antecedentes.....  | 8    |
| 1.3 Justificación .....  | 10   |
| 1.4 Planteamiento del problema .....                                       | 12   |
| 1.4.1 Experiencia profesional-personal.....                                | 12   |
| 1.5 Objetivos .....  | 13   |
| 1.5.1 Objetivo general.....  | 13   |
| 1.5.2 Objetivos específicos .....  | 13   |
| <br>   |      |
| CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO .....   | 14   |
| 2.1 Estado del arte .....  | 14   |
| 2.2 Estrategias para la Enseñanza-Aprendizaje del Concepto de Función..... | 16   |
| 2.3 Estilos de Aprendizaje y Sistemas Representativos .....                | 17   |
| 2.3.1 Características de estilos de aprendizaje .....                      | 19   |
| 2.3.2 Características de los Sistemas de representación.....               | 21   |
| 2.4 Teoría de las Representaciones Semióticas .....                        | 25   |
| 2.5 Los sistemas de representación en matemáticas.....                     | 28   |
| <br>   |      |
| CAPÍTULO III.DISEÑO METODOLOGICO.....                                      | 32   |
| 3.1 Tipo de investigación.....   | 32   |
| 3.2 Muestra poblacional .....  | 32   |
| 3.3 Metodología .....  | 33   |
| Sesión 1. Evaluación diagnóstica .....                                     | 36   |
| Sesión 2. Secuencia Didáctica.....   | 38   |
| Sesión 3. Aplicación de la evaluación.....                                 | 42   |
| 3.4 Orientaciones al docente.....  | 43   |
| <br>   |      |
| CAPÍTULO IV .....  | 44   |
| 4.1 Conclusiones .....   | 44   |
| 4.2 Recomendaciones .....  | 45   |

|                                 |    |
|---------------------------------|----|
| REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS..... | 46 |
| ANEXOS.....                     | 49 |

# CAPÍTULO I

## PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

### 1.1 Introducción

El planeta es el escenario de multitud de procesos dinámicos de todo tipo, geológicos, atmosféricos, biológicos y sociales. La modelación a través del uso de funciones constituye una poderosa herramienta para poder entender, cuantificar y modelar estos fenómenos, así como para sacar a la luz nuevos modelos y analizar sus resultados (Roumieu, 2014).

Sin embargo de acuerdo a los Planes de Estudio de Matemáticas (Secretaría de Educación Media Superior, 2012), el tiempo para abordar los contenidos referentes al tema *Análisis de Funciones* en el aula es limitado; esto conlleva a desarrollar las clases con procedimientos y algoritmos de una manera rápida, concisa y mecánica.

Para Duval (2006) a diferencia de otras áreas del conocimiento, el estudio de la matemática es de naturaleza semiótica, ya que no se puede acceder a los conceptos matemáticos a través de la simple percepción. García (2012) argumenta que al abordar el estudio del concepto matemático de función, se hace evidente la presencia de las representaciones semióticas, ya que por la naturaleza intangible del objeto, éste no es accesible para el sujeto si no es a través de sus representaciones.

Para Duval (2006) son las representaciones las que permiten el acceso a los objetos matemáticos, considerando que las matemáticas, a diferencia de otras ciencias, trabajan con objetos intangibles.

Esta propuesta de investigación contiene secuencias didácticas que favorecen el tratamiento y las conversiones entre representaciones semióticas y donde se prioriza la articulación de los distintos registros a través del planteamiento de problemas contextualizados en el entorno del estudiante, otorgando sentido a la construcción del concepto de función. Por lo que se espera que estas secuencias

contribuyan al aprendizaje y a una mejor aprensión del concepto de función por parte del alumno.

## 1.2 Antecedentes

En la historia es posible encontrar varios ejemplos de objetos matemáticos cuya enseñanza ha pasado a través de numerosos cambios. El concepto de función no ha sido ajeno a este proceso, el análisis de su evolución histórica muestra que para llegar a él, se tuvo que transitar por un largo y laborioso proceso (Díaz, 2013). Sin embargo es importante señalar que aún existen dificultades en la enseñanza de la noción de función y que se siguen desarrollando nuevas estrategias para un mejor aprendizaje y desarrollo conceptual de este objeto.

- Zúñiga (2009) durante su trabajo de investigación titulado:

***Estudio acerca de la construcción del concepto de función, en alumnos de un curso de cálculo I***, expone las dificultades de un grupo de alumnos al construir e interpretar el concepto de función debido a la sobrevalorización de los procedimientos analíticos y de algoritmización, por lo que abordó el tema a través de la articulación de sistemas semióticos, permitiendo de esta manera al educando construir y definir conjuntamente el concepto matemático de función. Los resultados que obtuvo Zuñiga fueron los siguientes: los alumnos conciben como única forma de definir una función la representación algebraica, las formas tabular y gráfica son solamente herramientas para ellos; los alumnos no logran contextualizar el concepto de función en un entorno físico además de que no son capaces de identificar las variables involucradas (dependiente e independiente). En general los estudiantes no reconocen las magnitudes involucradas en una situación, y que estas generan una relación de dependencia entre sí.

- García (2012) en su tesis de maestría titulado:

***Las representaciones semióticas en el aprendizaje del concepto de función lineal***, pone en evidencia las dificultades encontradas en alumnos del Nivel Medio Superior al enfrentarlos a situaciones que involucran el uso del concepto de función para resolver situaciones del contexto de su vida personal. Propone también el uso de representaciones semióticas como instrumento para que el estudiante establezca la diferencia entre la representación del concepto y el objeto matemático presentado. Como resultado de su investigación pudo concluir que si bien la articulación de sistemas semióticos favoreció el aprendizaje del concepto de función lineal, estos deben ser presentados al alumno de una manera planificada, abordando en primera instancia el registro verbal y a partir de ahí, hacer las conversiones hacia los distintos registros semióticos, ya sea gráfico, tabular o simbólico, para finalmente abordar el registro algebraico.

Cabe resaltar que el Nivel Medio Superior no es el único grado escolar donde se han presentado estas dificultades.

- Cuesta (2007) y García, Vázquez e Hinojosa (2004) en sus trabajos de investigación

***El proceso de aprendizaje de los conceptos de función y extremo en estudiantes de economía: análisis de una innovación didáctica, y***

***Dificultades en el aprendizaje del concepto de función en estudiantes de ingeniería***, respectivamente, a través de la aplicación de un cuestionario referente a diversas situaciones donde se encuentra presente el concepto de función y mediante la resolución de un test que contiene los contenidos fundamentales asociados a dicho concepto afirman haber tenido problemas relativos al proceso enseñanza – aprendizaje del concepto de función, así como también observaron dificultades en la comprensión del mismo; esto en estudiantes de Licenciatura e Ingeniería.

### **1.3 Justificación**

A partir de la propuesta de reforma curricular promovida en los Subsistemas Coordinados por la Dirección General del Bachillerato desde 2002, se da un replanteamiento del enfoque psicopedagógico, el cual ha implicado la inserción del enfoque educativo centrado en el aprendizaje, mediante el cual el docente promueve el desarrollo de los principios señalados por la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura UNESCO que conforman la visión educativa contemporánea, orientada hacia los pilares de la educación, que se concretan en cuatro tipos de aprendizajes, a saber: aprender a conocer, aprender a hacer, aprender a convivir, aprender a ser. A estos conceptos se les ha enriquecido con el aprender a innovar, el aprender a aprender y con la perspectiva del aprendizaje a lo largo de la vida (Dirección General del Bachillerato, 2004).

Uno de los aspectos que acercan a los estudiantes a las matemáticas es el estudio de las situaciones problemáticas, escogidas de tal manera que estén de acuerdo con el contexto del estudiante y que le permitan reflexionar sobre el proceso de pensamiento, manipular objetos, prepararse para la ciencia, mejorar su capacidad para resolver problemas cercanos a la realidad, comprender la importancia de la matemática, su historia y la utilidad en la vida, en los adelantos tecnológicos y la generalización (Bosch, García, Gascón y Ruíz, 2006 citado por Vargas, 2011).

La tierra es el lugar donde una gran cantidad de fenómenos naturales, físicos y sociales ocurren. El usar la función como una herramienta para la modelación de estos fenómenos ha permitido interpretarlos, cuantificarlos y comprenderlos de una mejor manera, de igual modo ha contribuido para sacar a la luz nuevos modelos y analizar sus resultados (Roumieu, 2014).

En este mismo sentido Gómez, Hernández y Chaucañés (2015) proponen el concepto de función como uno de los pilares del cálculo y la modelación de situaciones y fenómenos de algunos ámbitos profesionales y de la ciencia; de esta manera los resultados de aprendizaje y procesos desarrollados en distintas

ciencias pueden verse afectados por una inadecuada conceptualización y aplicación de este concepto.

Los actuales Planes de Estudio de Bachillerato (Secretaría de Educación Media Superior, 2012) han hecho optar al docente por dedicar cada vez menos tiempo a cada tema visto en clase, abordando para la solución de ejercicios, una serie de fórmulas, algoritmos y lecturas y dedicando más tiempo a procesos de mecanización (Ruiz de Gauna, 2010). En este sentido Artigue, Douady y Moreno (1995) en su trabajo *Ingeniería didáctica en educación matemática* afirman que si bien se puede enseñar a los estudiantes a realizar de forma mecánica algunos cálculos, se encuentran grandes dificultades para alcanzar una comprensión satisfactoria de los conceptos matemáticos.

La labor del docente dentro del aula es llevar a cabo la realización del proceso enseñanza – aprendizaje, así como determinar de qué manera aprenden sus educandos y qué actividades favorecen la enseñanza de los objetos matemáticos.

Debido a la naturaleza semiótica de la matemática no es posible acceder a ella por medio de la simple percepción. Al abordar el concepto matemático de función resulta inherente el hacerlo a través de sus representaciones semióticas ya que por la naturaleza no tangible del mismo este no es accesible si no es por medio de sus representaciones (García, 2012).

Para Duval (1999) el aprendizaje de la matemática es un campo de estudio propicio para analizar distintas actividades cognitivas importantes como es, la conceptualización, el razonamiento, la resolución de problemas y la comprensión de textos. Lo que conlleva que estas actividades cognitivas requieran, además del lenguaje natural o el de las imágenes, la utilización de distintos registros de representación semiótica.

Tamayo (2006) argumenta que no es posible estudiar los fenómenos relacionados con el conocimiento sin recurrir a la noción de representación; y que una pluralidad de sistemas semióticos permite diversificar las representaciones de un mismo objeto, ampliando de esta manera las capacidades cognitivas de los sujetos.

Esta propuesta contiene secuencias didácticas que buscan favorecer el tratamiento y la conversión entre los distintos sistemas de representaciones semióticas en estudiantes del IV semestre de bachillerato inscritos en el curso de Matemáticas IV de la Preparatoria No. 1 Julián Gascón Mercado, en ellas se priorizan la articulación de los distintos registros a través del planteamiento de problemas contextualizados en el entorno del estudiante, otorgando sentido a la construcción del concepto de función.

#### **1.4 Planteamiento del problema**

El aprendizaje del concepto de función ha presentado ciertas dificultades de carácter epistemológico a través de la historia, siendo la falta de identificación del concepto y la poca o nula interpretación del mismo los más recurrentes (Gómez, Hernández y Chaucañés, 2015).

##### **1.4.1 Experiencia profesional-personal**

Durante la estancia como prestador de Servicio Social de mi formación profesional, impartí la asignatura de Física 1 a estudiantes de segundo año de bachillerato de la Unidad Académica Preparatoria No. 1 de la Universidad Autónoma de Nayarit (UAN). En el tema Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU), se hizo evidente la presencia de la falta de comprensión en el concepto de función, concretamente en el momento en que se le solicitaba al estudiante determinar la relación existente entre dos variables (tiempo y distancia), dando como resultado un bajo índice de aprendizaje en el estudiante y desencadenando una serie de problemas en temas propios de la materia. Se tuvo la oportunidad de atestiguar cómo durante la clase de matemáticas el concepto de función sólo es abordado de una manera mecánica. Al estudiante se le proporciona la definición de dicho concepto e inmediatamente se le pide resolver una serie de ejercicios gráficos y de tabulación, buscando con esto abarcar todos los contenidos del curso.

## **1.5 Objetivos**

### **1.5.1 Objetivo general**

Elaborar una secuencia didáctica basada en distintos registros de representaciones semióticas que contribuyan y faciliten el aprendizaje del concepto de Función, en estudiantes de IV semestre del Nivel Medio Superior.

### **1.5.2 Objetivos específicos**

- Buscar, analizar y discriminar información para la selección de problemas y ejercicios propios del concepto de función.
- Diseñar actividad de apertura al concepto de Función.
- Diseñar secuencia didáctica basada en el uso de representaciones semióticas.
- Diseñar actividad de evaluación al concepto de Función.

## CAPÍTULO II

### MARCO TEÓRICO

#### 2.1 Estado del arte

De acuerdo con Ugalde (2013) el desarrollo del concepto de función a lo largo de la historia, va de la mano con los diferentes intereses de la humanidad en entender y tratar de describir la naturaleza en la que vive. Este concepto está presente en toda la matemática. No solo es central en las áreas propias de la matemática (llamada teórica o pura), sino que es la herramienta por excelencia en las áreas que buscan modelar o describir las actividades cotidianas y los fenómenos que se perciben (matemática aplicada); así, es fundamental entonces comprender que el concepto de función, como tantos otros conceptos de la matemática, no debe enseñarse como un ente abstracto, sino que debe tenerse presente que lo que le dio vida fue precisamente el entendimiento de fenómenos naturales y situaciones cotidianas alrededor del hombre.

La enseñanza del concepto de función en el aula, está muy ligado a varios escenarios:

- Definición del concepto de función
- Estructura de una función algebraica con dos variables
- Tabulación de la función algebraica en un determinado intervalo, y finalmente
- Graficación de la función en el plano coordenado

Y posiblemente, estando en un mayor grado académico la parte fundamental de la enseñanza y aprendizaje de este concepto queda al final en las actividades complementarias del tema (problemas de aplicación).

Para Mendoza, Castillo, Cortez y López (2014) el concepto de Función (y todo lo que deriva de éste) es un tema abordado desde Nivel Básico y Medio Superior con

un enfoque algorítmico y poco analítico en particular, es tomado en cuenta para el examen de ingreso a la Universidad; en lo que concierne al área de matemáticas y al tema de función se evalúan los contenidos referentes a las representaciones gráficas de funciones y a funciones trigonométricas (Centro Nacional de Evaluación para la Educación Superior, 2018) .

Como es usual en matemática, muchas ideas surgen primero como ideas intuitivas y luego se van cristalizando al ir refinando el concepto. El concepto de función se consolida en el año 1837, con el matemático Gustav Dirichlet. Sin embargo diferentes autores intentan dar una clasificación de la definición de función en base al aspecto más relevante de desea destacar, o bien, a las situaciones en las que las funciones son de utilidad (Ugalde, 2013).

Por ejemplo, para Ayres (1971) *“Se dice que una variable  $y$  es función de otra  $x$ , cuando ambas están relacionadas de forma que para cada valor de  $x$  perteneciente a su campo de variación le corresponde un valor de  $y$ . La variable  $y$ , cuyo valor depende del que tome  $x$ , recibe el nombre de variable dependiente, mientras que  $x$  es una variable independiente. La relación que liga a la función con la variable puede ser una tabla de valores en correspondencia (por ej., una tabla de logaritmos), una gráfica o una ecuación”*.

Para Leithold (1998) *“Una función puede considerarse como una correspondencia de un conjunto  $X$  de números reales  $x$  a un conjunto  $Y$  de números reales  $y$ , donde el número  $y$  es único para cada valor específico de  $x$ .”*

Desde el mismo punto de vista conjuntista pero de una manera más sintetizada Thomas (2006) define: *“Una función de un conjunto  $D$  a un conjunto  $Y$  es una regla que asigna un elemento único  $f(x) \in Y$  a cada elemento  $x \in D$ .”*

La definición del concepto de Ayres (1971) apunta de primera mano a una identificación y diferenciación entre variables dependientes e independientes, focalizando la atención del sujeto en observar lo que cambia y de qué manera lo hace y así como en tratar de establecer una relación entre estas variables. Además de que permite dotar al concepto de función de un carácter dinámico y

cambiante, siendo este capaz de ser representado a través de los registros tabular, gráfico, analítico o verbal, dejando de lado el paradigma de que únicamente su expresión analítica conforma a la función.

Por consecuencia, para el presente proyecto de investigación se asume el concepto de Función como *“Una relación entre un conjunto A y un conjunto B, donde a cada elemento a del conjunto A, le corresponde uno y sólo un elemento b del conjunto B, además esta relación podrá ser expresada de manera numérica, algebraica, tabular, gráfica o natural”*.

## **2.2 Estrategias para la Enseñanza-Aprendizaje del Concepto de Función**

La forma en que usualmente se suele transmitir el concepto de función en las aulas ha dejado de lado el proceso de constitución del concepto, las experiencias de aprendizaje en ellas no favorecen apreciar la naturaleza y funcionabilidad del concepto, provocando dificultades de aprendizaje y concepciones erróneas en los estudiantes (López y Sosa, 2008). Bajo este referente se han propuesto nuevas maneras de abordar el proceso de enseñanza-aprendizaje del concepto:

***Experimentación:*** la enseñanza de las matemáticas ha evolucionado desde una mirada únicamente instructiva, hacia una mirada formativa; ensanchando el campo del aprendizaje de tal manera que el dominio de las estructuras conceptuales fomenta la comprensión de otros campos del conocimiento. Es por esto, que se propone la apropiación y construcción del conocimiento matemático, a través de modelos generados desde el análisis experimental, donde se evidencie la relación de las matemáticas con otras áreas del conocimiento (López y López, 2011).

Por ejemplo, Betancur (2013) aborda el tema de función a través de una secuencia de situaciones experimentales, donde resalta el valor didáctico de la experimentación dentro del proceso de aprendizaje de las matemáticas en general y de la comprensión del concepto de función en particular. Enfatiza que no sólo favorece aspectos motivacionales en los estudiantes sino que al mismo tiempo

permite concretizar conceptos que podrían parecer mucho más abstractos en el pizarrón.

***Resolución de problemas:*** la actividad de resolver problemas es esencial si se desea conseguir un aprendizaje significativo de las matemáticas. No se debe pensar en esta actividad sólo como un contenido más del currículo matemático, sino como uno de los vehículos principales del aprendizaje de las matemáticas, y una fuente de motivación para los alumnos ya que permite contextualizar y personalizar los conocimientos. Al resolver un problema el alumno dota de significado a las prácticas matemáticas realizadas, ya que comprende su finalidad (Godino, 2003).

Castro y Díaz (2012) en su trabajo *Propuesta de enseñanza del concepto de función para estudiantes de educación superior* observaron que la resolución de problemas relacionados al concepto de función generó en los estudiantes un análisis crítico frente a diversas situaciones, esto les permitió dar respuesta de forma sustentada, tomar decisiones y hacer cambios de registro de representación de manera pertinente.

### **2.3 Estilos de Aprendizaje y Sistemas Representativos**

El docente asume un reto cada vez que inicia un curso, no tanto por el contenido que deberá desarrollar sino por la manera en cómo implementará cada tema para lograr que el conocimiento llegue a sus estudiantes. Habrá que conocerlos en el camino, sin embargo, la enseñanza deberá iniciarse homogéneamente en el grupo. Se espera que los estudiantes capten cada idea del profesor y hagan de la enseñanza un aprendizaje significativo. No obstante, se sabe que no todos aprenden de la misma manera pues existe aquello que se denomina *estilo de aprendizaje y Sistemas de Representación*.

El término *estilo de aprendizaje* (activo, reflexivo, teórico y pragmático) se refiere al hecho de que cada persona utiliza su propio método o estrategias para

aprender. Aunque las estrategias varían según lo que se quiera aprender, cada uno tiende a desarrollar ciertas preferencias o tendencias globales, tendencias que definen un estilo de aprendizaje (Dirección General del Bachillerato, 2004).

Antes de continuar, se cree necesario ofrecer al lector la definición que ofrecen López y López (2008) de un modelo que engloba tres áreas:

**Programación.** Se refiere a las maneras que podemos escoger para organizar nuestras ideas y preferencias a fin de producir resultados. Guarda relación con los paradigmas, con la forma de percibir y la significación que damos a lo percibido.

**Neuro.** Recoge la idea fundamental de que todo comportamiento proviene de los procesos neurológicos de visión, audición, olfato, gusto, tacto y sentimiento.

**Lingüística.** Se usa el lenguaje para ordenar nuestros pensamientos y conductas para comunicarnos con los demás.

López y López (2008) resumen que la Programación Neuro-Lingüística trata de la forma en que por medio de los sentidos, las personas perciben las experiencias que viven del exterior, de cómo las procesan subjetivamente por medio del pensamiento y de la forma en que estructuran sus pensamientos para lograr sus objetivos.

Así, según la Programación Neuro-Lingüística (PNL), el comportamiento de las personas es diferente de acuerdo con la forma de percibir el mundo. Cada individuo posee una forma específica y especial de captar lo que lo rodea. Al tener cinco sentidos es lógico que capte el mundo con todos ellos. Se emplean todos los sentidos constantemente. Aunque se da preferencia a unos sobre otros, no hay un sistema mejor que otro. Todo depende de lo que se quiera hacer. Sin embargo alguno de estos sentidos domina y es usado con mayor frecuencia. La PNL señala que existen tres canales de entrada fundamentales a través de los cuales se recibe información del mundo: Visual, Auditivo y Kinestésico (VAK). El gusto y el olfato sirven, muchas veces, como nexos inmediatos y poderosos a las

imágenes, sonidos y escenas asociados a ellos. A estas maneras diferentes de ver el mundo se denominan *Sistemas Representativos* (López y López, 2008).

Los seres humanos reciben información del exterior a través de los sentidos y las codifican generando proyecciones internas mediante el sistema de representación VAK; cualquier representación o recuerdo de una experiencia pasada, presente o futura contendrá al menos una de las tres representaciones. Así, todos tienen una forma muy particular de captar, entender y codificar experiencias (Fuentes, 2017).

### **2.3.1 Características de estilos de aprendizaje**

De acuerdo con la Dirección General del Bachillerato (2004) podemos catalogar a los alumnos de acuerdo a su estilo de aprendizaje en cuatro grupos: alumnos activos, alumnos reflexivos, alumnos teóricos y alumnos pragmáticos.

#### ***Alumnos Activos***

Los alumnos activos se involucran totalmente y sin prejuicios en las experiencias nuevas. Disfrutan el momento presente y se dejan llevar por los acontecimientos. Suelen ser entusiastas ante lo nuevo y tienden a actuar primero y pensar después en las consecuencias. Les gusta trabajar rodeados de gente. La pregunta que quieren responder con el aprendizaje es *¿cómo?*

Los alumnos activos aprenden mejor cuando realizan una actividad corta o de resultado inmediato que les presente un desafío, emoción y crisis. A ellos les cuesta aprender cuando tienen que adoptar un papel pasivo, cuando tienen que asimilar, analizar e interpretar datos trabajando solos.

#### ***Alumnos Reflexivos***

Los alumnos reflexivos tienden a adoptar la postura de un observador que analiza sus experiencias desde muchas perspectivas distintas. Recogen datos y los analizan detalladamente antes de llegar a una conclusión. Son precavidos y

analizan todas las implicaciones de cualquier acción antes de ponerse en movimiento. La pregunta que quieren responder con el aprendizaje es *¿por qué?*

### ***Alumnos Teóricos***

Los alumnos teóricos adaptan e integran las observaciones que realizan en teorías complejas y bien fundamentadas lógicamente. Piensan de forma secuencial y paso a paso, integrando hechos dispares en teorías coherentes. Les gusta analizar y sintetizar la información y su sistema de valores premia la lógica y la racionalidad. La pregunta que quieren responder con el aprendizaje es *¿qué?*

Los alumnos teóricos aprenden mejor a partir de los modelos, teorías, sistemas con ideas y conceptos que presenten un desafío y cuando tienen la oportunidad de preguntar e indagar. A ellos les cuesta aprender con actividades que impliquen ambigüedad e incertidumbre y en situaciones que enfatizen las emociones y los sentimientos, así como cuando tienen que actuar sin un fundamento teórico.

### ***Alumnos Pragmáticos***

A los alumnos pragmáticos les gusta probar ideas, teorías y técnicas nuevas y comprobar si funcionan en la práctica. Les gusta buscar ideas y ponerlas en práctica inmediatamente. Son básicamente gente práctica, apegada a la realidad, a la que le gusta tomar decisiones y resolver problemas. La pregunta que quieren responder con el aprendizaje es *¿qué pasaría si...?*

Los alumnos pragmáticos aprenden mejor con actividades que relacionen la teoría y la práctica. A ellos les cuesta trabajo aprender cuando lo que aprende no se relaciona con sus necesidades inmediatas, con aquellas actividades no tienen una finalidad aparente o cuando lo que hacen no está relacionado con la realidad.

## **2.3.2 Características de los Sistemas de representación**

### ***Representación Visual***

Las características de las personas visuales usan las imágenes como canal principal de codificación y recuperación de información. Esto les ayuda a ordenar y procesar la información adecuadamente. Tienen gran facilidad para absorber grandes cantidades de información y por eso son capaces de traer a su mente muchos datos y detalles a la vez. Visualizar les ayuda a establecer relaciones entre distintas ideas y conceptos (Fuentes, 2017).

En la escuela, la persona que es visual, aprende lo que ve. Necesita una visión detallada y saber a dónde va. La aplicación de las estrategias de enseñanza en personas visuales son:

- Representar relaciones en aquellas asignaturas que se basan en la observación
- Recordar información
- Efectuar funciones matemáticas
- Representación gráfica de conceptos, ampliando la comprensión del mismo
- Resolución de problemas que impliquen relaciones espaciales

Esto, favorece el desarrollo de capacidades visuales, la clarificación del pensamiento y la comunicación de ideas a otros (Dirección General del Bachillerato, 2004).

### ***Sistema de representación auditivo***

Las personas auditivas tienen un pensamiento secuencial y eso les lleva a explicar una idea detrás de la anterior. Hasta que terminan con una idea empiezan con la siguiente. Aprenden escuchando, hablando y repitiéndose a sí mismos los conceptos que quieren comprender. Piensan y memorizan en pasos, procedimientos y secuencias. Para las personas auditivas es muy importante la cronología y el orden (Fuentes, 2017). En la escuela, la persona que es auditiva,

aprende lo que oye, a base de repetirse a sí mismo paso a paso todo el proceso. Si se olvida de un solo paso se pierde (Dirección General del Bachillerato, 2004).

### ***Sistema de representación kinestésico***

Las personas que usan preferentemente el sistema de representación kinestésico entienden la realidad a través de sensaciones. Tienen una alta percepción corporal, siendo totalmente conscientes de las sensaciones, roces o el propio contacto de la ropa en su piel. Los kinestésicos gustan del movimiento y disfrutan haciendo actividades físicas: deporte, baile, ejercicios de expresión corporal. Aprenden haciendo y no tanto escuchando o viendo (Fuentes, 2017).

Aunque el sistema kinestésico es más lento que cualquiera de los otros dos sistemas, el aprendizaje kinestésico también es profundo. Una vez que el cuerpo tiene contacto con lo que aprende, es muy difícil que se olvide. Los alumnos que utilizan preferentemente el sistema kinestésico necesitan, por tanto, más tiempo que los demás. Ellos son lentos pero no tiene nada que ver con la falta de inteligencia, sino con su distinta manera de aprender. Los alumnos kinestésicos aprenden cuando hacen cosas como, por ejemplo, experimentos de laboratorio o proyectos. El alumno kinestésico necesita moverse. Cuando estudian muchas veces pasean o se balancean para satisfacer esa necesidad de movimiento. En el aula buscarán cualquier excusa para levantarse o moverse pues ellos aprenden de lo que experimentan directamente, aquello que involucre movimiento. (Dirección General del Bachillerato, 2004).

Una de las estrategias de enseñanza como estilo de aprendizaje es la *Experiencia Directa*. Para los alumnos que no están verbalmente orientados o para los que necesitan un sentido del todo antes de que ataquen las partes, el aprendizaje experimental tiene muchas más probabilidades de tener éxito. Incluso para los alumnos muy verbales, la experiencia directa es esencial para el desarrollo de importantes habilidades cognoscitivas.

Un libro, por bueno que sea, no puede aportar la misma enseñanza que la experiencia directa, que ofrece al cerebro un tipo de estímulo diferente. El mundo

en que vivimos nos presenta una gran cantidad de información que debemos ordenar por nuestra cuenta y a partir de la cual debemos encontrar sistemas para conseguir significados. El aprendizaje experimental estimula el pensamiento original y crea una amplia gama de estrategias de pensamiento y habilidades perceptivas, a las que no se llega a través de los libros o las simples explicaciones.

El aprendizaje experimental tiene otra cualidad que posee una gran importancia para todos los estudiantes, pero muy en especial para aquellos cuya motivación para las tareas académicas es baja. Tiene la capacidad de estimular una implicación más personal, y con ello encaminar a estos alumnos hacia una temática que de otra manera evitaría.

Otra de las actividades de la Experiencia Directa son los experimentos de laboratorio. Un laboratorio es un lugar en el que se pueden experimentar cosas reales, por lo tanto, un aula corriente con materiales baratos puede funcionar como laboratorio. Los materiales para el estudio se encuentran a nuestro alrededor; utilizando materiales corrientes, se da a los alumnos la oportunidad para repetir los experimentos en casa (Dirección General del Bachillerato, 2004).

Por lo anterior explícitamente, se considera identificar el estilo de aprendizaje predominante (activo, reflexivo, teórico y pragmático) y su relación con el sistema de representación mental de la información (visual, auditivo o kinestésico) de los estudiantes y evaluar, ulteriormente, sus facilidades y obstáculos para aprender. Si los estudiantes no identifican sus estilos de aprendizaje y sus sistemas de representación mental de la información, y si los docentes también los desconocen, la educación en el aula se convierte en una tarea homogenizante, donde se pretende que todos aprendan lo mismo, del mismo modo y al mismo tiempo, lo cual resulta una utopía con implicaciones académicas muy negativas (Mera y Amores, 2017).

La dinámica que sugiere Mera y Amores (2017), se debiera de implementar al inicio de cada curso, tomando un tiempo suficiente para detectar el estilo de

aprendizaje y sistema de representación de cada estudiante; posteriormente, realizar cambios a aquellas actividades que requieran una pequeña modificación para llevar el conocimiento al estudiante de una manera óptima y significativa. Todas las asignaturas son importantes en la formación del estudiante, un poco más en el Nivel Básico y Medio Superior, pues son en esos niveles educativos en donde se cimientan las bases de una formación integral y tener mejor desempeño en la carrera de elección.

Flores (2001) citado por Santaolalla 2009, señala que actualmente se considera que el aprendizaje matemático es de tipo estructuralista, especialmente cuando se refiere al aprendizaje de conceptos, donde se considera que aprender es alterar estructuras, y que estas alteraciones se realizan de manera global. También enumera algunas de las cualidades del aprendizaje matemático según la concepción actual:

1. El aprendizaje matemático se realiza a través de experiencias concretas.
2. El aprendizaje tiene que arrancar de una situación significativa para los alumnos.
3. La forma en que los aprendices pueden llegar a incorporar el concepto a su estructura mental es mediante un proceso de abstracción que requiere de modelos.
4. Una de las formas de conseguir que el aprendizaje sea significativo para los alumnos es mediante el aprendizaje por descubrimiento.
5. No hay un único estilo de aprendizaje matemático para todos los alumnos.

Por lo anterior, Rojas (2012) comenta que en matemáticas, el aprendizaje de los objetos es conceptual; el sujeto no entra en contacto directo con un determinado objeto, sino con una(s) representación(es) particular(es) de ese objeto matemático. Asimismo, Rojas concluye que la problemática asociada con el significado de los objetos matemáticos, los procesos de representación y los procesos de aprendizaje, continúan siendo una temática importante en relación con el aprendizaje de la matemática escolar.

## 2.4 Teoría de las Representaciones Semióticas

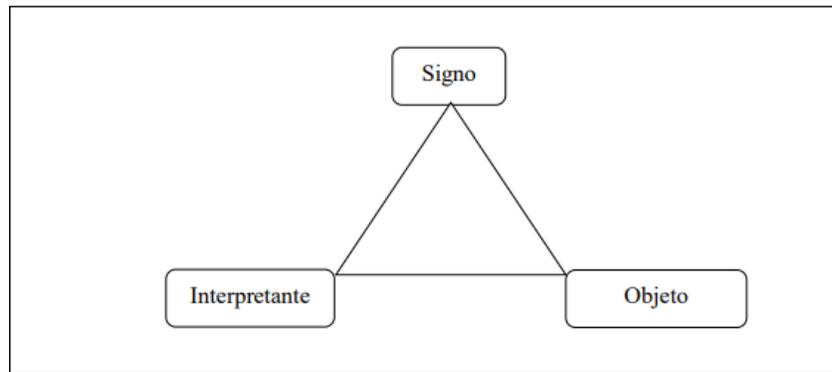
Desde la perspectiva de las ciencias cognitivas, las *representaciones* son consideradas como cualquier noción, signo o conjunto de símbolos que significan algo del mundo exterior o del mundo tangible. Es posible representar en la mente algo que se percibe con los sentidos, algo que se ve, que se huele o que se siente como también algo que se imagina (Tamayo, 2006).

Ahora, la *semiótica* también es conocida como Teoría de signos y plantea el funcionamiento del pensamiento del ser humano estudiando todo el proceso cognitivo. En otras palabras, la semiótica establece y trata de dar respuesta a la interrogante de cómo el ser humano conoce el mundo que lo rodea, cómo lo interpreta, cómo lo genera conocimiento y cómo lo transmite. Busca encontrar los mecanismos que llevan al hombre a establecer una relación de significado con algo, que puede ser un objeto, un gráfico, una imagen, un sonido o una combinación de éstos, de tal forma que al volver a entrar en contacto con éste, su mente recordará el significado con el que se ligó en un principio (Correa, 2012).

La semiótica tiene sus orígenes en el siglo XIX bajo dos corrientes principales, la primera definida por el Suizo Ferdinand de Saussure y la otra vertiente encausada por el estadounidense Charles Sanders Peirce.

Para Ferdinand la semiótica tiene su origen en la existencia del signo, que a su vez es la base de la lengua. La lengua tiene el objetivo principal de comunicar información o ideas, utiliza fonemas. Estos sonidos pueden escribirse o pueden tener una dimensión gráfica, finalmente estos sonidos nos remitirán a un significado en específico (Correa, 2012).

Por otra parte, Peirce considera a la *semiosis* como el producto de la unión de tres conceptos: un signo, su objeto y su interpretante.



*Figura 1.* Elementos del significado según Peirce (Tamayo, 2006).

Bajo estos conceptos Tamayo (2006) define las representaciones semióticas como todas aquellas construcciones de sistemas de expresión y representación que pueden incluir diferentes sistemas de escritura, como números, notaciones simbólicas, representaciones tridimensionales, gráficas, redes, diagramas, esquemas, etc.; y que cumplen funciones de comunicación, expresión, objetivación y tratamiento.

Existen diferencias entre las representaciones mentales y las representaciones semióticas.

Las representaciones mentales están conformadas por todo el conjunto de concepciones o imágenes mentales que un individuo tiene acerca de un objeto.

Las representaciones semióticas son las producciones constituidas por el empleo de signos, no son más que el medio por el cual disponen los individuos para exteriorizar sus representaciones mentales, para hacerlas visibles y accesibles a otros. Éstas, además de cumplir una función de comunicación, tienen una función de objetivación, son necesarias para el desarrollo de la actividad matemática misma, del funcionamiento cognitivo del pensamiento, del tratamiento de la información, de la toma de conciencia y de la comprensión (García, 2012).

El aprendizaje de las matemáticas involucra un análisis de procesos cognitivos como es la conceptualización, estos procesos requieren de la utilización de sistemas de representaciones diferentes a los del lenguaje natural, ya sea

algebraico, geométrico, gráfico, simbólico, tabular, esquemas o imágenes, estas toman el estatus de lenguajes paralelos al lenguaje natural para expresar las relaciones y la operaciones entre ellos (Duval, 1999 citado por García, 2012).

Para Duval (2006) las representaciones semióticas juegan un papel primordial en la enseñanza de las matemáticas, ya que son las representaciones las que permiten el acceso a los objetos matemáticos, considerando que las matemáticas, a diferencia de otras ciencias, trabaja con objetos intangibles.

Para Hernández, Cervantes, Ordoñez y García (2017) el análisis del desarrollo de los conocimientos y de los obstáculos encontrados en los aprendizajes fundamentales relativos al razonamiento y a la adquisición de tratamientos lógicos y matemáticos, enfrenta tres fenómenos que están estrechamente ligados:

- La diversificación de los registros de representación semiótica
- Diferenciación entre representante y representado
- Coordinación entre los diferentes registros

En matemáticas la adquisición conceptual de un objeto se da necesariamente a través de la adquisición y tratamiento de al menos dos representaciones semióticas (Duval, 1993 citado por D' Amore, 2004).

Para Duval (1999), un sistema semiótico puede considerarse un registro de representación, si permite las siguientes actividades relacionadas con la *semiósis*:

- La presencia de una representación identificable
- El tratamiento de una representación dentro del mismo registro donde ha sido formulada
- La conversión de una representación en otra representación de otro registro

Se define la noesis como un conocimiento intuitivo, un conocimiento emanado del pensamiento racional, de las experiencias personales. Es el instante en el que las cosas u objetos adquieren un significado.

Estas ideas vienen converger en un punto, y parecen reforzar la muchas veces ya recurrente frase “*no existe noesis sin semiosis*” que es el pilar base de la teoría de las representaciones semióticas (D’ Amore, 2004).

## **2.5 Los sistemas de representación en matemáticas**

En la matemática es posible encontrar distintos sistemas de escritura para los números, notaciones simbólicas para los objetos, escrituras algebraicas, lógicas, funcionales que se tornan en lenguajes paralelos al lenguaje natural para expresar relaciones y operaciones, figuras geométricas, gráficos cartesianos, redes, diagramas de barra, diagramas de torta, etc. Cada una de las actividades anteriores constituye una forma semiótica diferente, entendiéndose por tal a la actividad de formación de representaciones realizadas por medio de signos. El dominio de las operaciones necesarias para cambiar la forma mediante la cual se representa un conocimiento es primordial, ya que se constituye en una operación cognitiva básica que está muy relacionada con los tratamientos de comprensión y con las dificultades del aprendizaje conceptual (Oviedo, Kanashiro, Bnzaquen y López, 2014).

La capacidad de movilizar y coordinar algunos registros en el desarrollo de una misma tarea y en el aprendizaje de un concepto, o bien elegir un registro en lugar de otro, es esencial en la actividad matemática (Quezada, 2015 citando a Macías, 2014).

Tomando como punto de partida el hecho de que esta investigación busca contribuir con el aprendizaje del concepto de función en los estudiantes, cuando estos se enfrentan a situaciones que involucran el uso del concepto a través de representaciones semióticas, se considera oportuno mostrar al lector algunos de los registros más usados en la matemática y esta propuesta.

De acuerdo con Oviedo, Kanashiro, Bnzaquen y López (2014), para este proyecto de investigación se clasifican los registros de representación semiótica de la siguiente manera:

### **Registro de la Lengua Natural**

El registro de la Lengua Natural es un tipo de registro que permite al individuo hacer descripciones, asignar características cualitativas o cuantitativas además de marcar la pauta para dar un primer acercamiento a la definición del objeto matemático en mención.

*Ejemplo:*

*Una función es una relación entre un conjunto A y un conjunto B, en donde a cada elemento del conjunto A, le corresponde uno y sólo un elemento del conjunto B.*

### **Registro Numérico**

Estas representaciones permiten asignar un valor de carácter cuantitativo al objeto matemático, de la misma manera se les puede asociar con representaciones gráficas y tabulares.

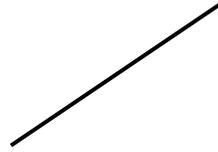
*Ejemplo:*

*Valuación de la función,  $f(3) = 2(3) + 1$*

### **Registro Figural - Icónico**

El registro Figural o Icónico es un tipo de registro que imita en gran medida o se parece al significado del concepto en cuestión. Incluye trazos, dibujos, esquemas o marcas cuyas formas, texturas, colores, son similares al modelo original.

*Ejemplo:*



### **Registro Tabular**

Ordena, registra y presenta información a manera de un arreglo de filas y columnas. Permite analizar la información de manera general, dando la oportunidad al analista de establecer relaciones y comparaciones entre los datos que la conforman.

*Ejemplo:*

|                           |          |           |           |           |           |           |           |           |
|---------------------------|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| <b>Tiempo (segundos)</b>  | <b>5</b> | <b>10</b> | <b>15</b> | <b>20</b> | <b>25</b> | <b>30</b> | <b>35</b> | <b>40</b> |
| <b>Distancia (metros)</b> | 11       | 21        | 31        | 41        | 51        | 61        | 71        | 81        |

### **Registro Algebraico**

Otorga la capacidad de llevar a cabo modelaciones y generalizaciones del objeto matemático estudiado en cuestión, aludiendo a señalización de características particulares.

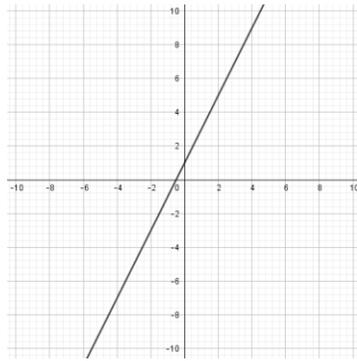
*Ejemplo:*

$$f(x) = 2(x) + 1$$

### **Registro Gráfico**

Facilita la capacidad de deducir el comportamiento de una función dada a través de una sencilla inspección. Permite observar las variaciones, relaciones y tendencias entre sus variables (dependientes e independientes).

Ejemplo:



## CAPÍTULO III

### DISEÑO METODOLÓGICO

#### 3.1 Tipo de investigación

Tomando como base el hecho de que la propuesta de este proyecto de investigación está diseñada para que los estudiantes realicen los tratamientos y conversiones de las distintas representaciones del objeto matemático de función, es necesario darle una orientación de carácter cualitativo, permitiendo así interpretar y otorgar un sentido a lo que el estudiante desea comunicar.

Para Quecedo y Castaño (2002) es posible definir en un amplio sentido la metodología cualitativa como la investigación que produce datos descriptivos: palabras y testimonios de personas, de manera oral o escrita; así como la conducta observable.

En palabras de Hernández Sampieri *“Al hablar sobre análisis cualitativo, nos referimos, no a la cuantificación de los datos cualitativos, si no al proceso no matemático de interpretación, realizado con el propósito de descubrir conceptos y relaciones en los datos brutos y luego organizarlos en un esquema explicativo teórico”* (Hernández, 2006 citado por García, 2012).

#### 3.2 Muestra poblacional

La investigación está diseñada para llevarse a cabo con una muestra no probabilística elegida por conveniencia de 30 estudiantes de entre 16 y 17 años de edad inscritos en el curso de Matemáticas IV, alumnos del cuarto semestre de la Preparatoria No. 1 Julián Gascón Mercado, perteneciente a la Universidad Autónoma de Nayarit, en la ciudad de Tepic Nayarit.

### 3.3 Metodología

Esta investigación hace alusión al área del conocimiento de Matemáticas de segundo grado del Nivel Medio Superior y tomando en cuenta los estilos de aprendizaje y sistemas de representación, la estrategia de aprendizaje se sustenta en abarcar los tres sistemas de la Programación Neuro-Lingüística que el estudiante posee para el aprendizaje del concepto de Función a través de un experimento de laboratorio que sitúa al alumno en un contexto cercano familiar con diferentes registros de representación semiótica. Con esto, Santaolalla (2009) menciona que todos los estudios e informes educativos hallados coinciden en que los conceptos matemáticos deben ser presentados desde distintos enfoques y utilizando diferentes métodos de enseñanza de manera que, independientemente del estilo de aprendizaje que tengan, todos los alumnos puedan crear las interconexiones necesarias para que su aprendizaje sea significativo. Esta visión está en consonancia con la forma en que se concibe el aprendizaje matemático hoy en día.

Para el diseño de la propuesta se consideró la teoría de las representaciones semióticas de Duval (1999) y las diferentes características de los sistemas de representación propuestos por Fuentes (2017).

- El diseño de la propuesta pedagógica está basado en el uso de diversos *sistemas de representación semiótica*; hace uso del registro del lenguaje natural para situar el objeto matemático en un contexto familiar al alumno, se fomenta la conversión de este registro hacia el registro tabular, gráfico y algebraico mismos que buscan favorecer la aprensión del concepto.
- Se diseñó una secuencia didáctica en donde el estudiante *visual* a través de la construcción de los registros tabular, gráfico y algebraico enfatizará y hará una distinción entre las diferentes maneras de representar visualmente un mismo objeto matemático y relaciona la imagen de estos con el concepto de Función, ampliando la comprensión del mismo.

- La secuencia didáctica aborda el trabajo colaborativo de equipo, donde el estudiante cuyo canal de aprendizaje dominante sea el *auditivo*, tendrá la capacidad de comentar, compartir y socializar sus ideas durante el desarrollo de la secuencia, pero también de escuchar a sus compañeros de equipo permitiéndole afianzar, expandir e incluso reencausar sus conocimientos sobre el tema y derivado de ello lograr una mejor conceptualización de lo que representa el concepto de función.
- La práctica de laboratorio sitúa al estudiante *kinestésico* en un contexto real inmediato y a partir del planteamiento de un problema éste se verá en la necesidad de construir sus propias herramientas para dar solución al mismo. Afianzando la aprensión del concepto de función a través de la experimentación directa.

Tabla 1. Representaciones por Consigna

| Actividad | Consigna | Representación                            |
|-----------|----------|---|
| 1         | 1        | numérico – gráfico                        |
|           | 2        | algebraica – gráfico                      |
|           | 3        | gráfico – natural                         |
|           | 4        | tabular – natural                         |
|           | 5        | natural - algebraico                      |
| <hr/>     |          |   |
| 2         | 1        | numérico - tabular                        |
|           | 2        | tabular – gráfico                         |
|           | 3        | natural – numérico                        |
|           | 4        | natural – algebraico                      |
|           | 5        | algebraico – gráfico<br>tabular - gráfico |
| <hr/>     |          |   |
| 3         | 1        | natural – numérico                        |
|           |          | numérico – tabular                        |
|           |          | tabular – gráfico                         |
|           |          | gráfico - algebraico                      |

Bajo este contexto la propuesta pedagógica se estructuró como a continuación se detalla.

**Sesión 1.** Aplicación evaluación diagnóstica (Anexo 1)

|                                    |  |
|------------------------------------|--|
| <b>Título general</b>              | Aprendizaje del concepto de Función a través de representaciones semióticas.   |
| <b>Tema en el que se trabajará</b> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ubicación de puntos coordenados en el plano Cartesiano.</li> <li>• Graficación de funciones.</li> <li>• Interpretación de gráficos.</li> <li>• Conversión del lenguaje natural al lenguaje algebraico.</li> </ul> |
| <b>Objetivo didáctico general</b>  | Identificar fortalezas y debilidades, en el mismo sentido de introducir al alumno en el tema de función.   |
| <b>Tiempo</b>                      | 60 minutos.  |
| <b>Organización de actividad</b>   | Individual.  |
| <b>Recursos</b>                    | Imprimible, Lápiz, Calculadora.  |
| <b>Evaluación</b>                  | Resolución de la Consigna.   |

***Secuencia de Actividades***

|                 | <b>Actividad</b>   | <b>Acciones del Alumno</b>                        | <b>Acciones del profesor</b>  |
|-----------------|--|---|---|
| <b>Apertura</b> | <b>Consigna 1.</b> Ubicar los puntos de pares coordenados A, B, C, D, E, F y G en el plano Cartesiano. | Ubicar puntos coordenados en el plano cartesiano. | Observar.<br><br>Resolver dudas respecto a las indicaciones de la consigna. |

|                   |  |  |   |
|-------------------|--|--|---|
| <b>Desarrollo</b> | <b>Consigna 2.</b><br>Relacionar cada gráfica representada con su función a, b, c o d correspondiente.   | Relacionar cada una de las gráficas con su función correspondiente.                    | Observar.<br><br>Resolver dudas respecto a las indicaciones de la consigna. |
|                   | <b>Consigna 3.</b> Observar las gráficas dadas y describir la relación que existe entre las variables de cada una de ellas.                      | Describir la relación existente entre las variables de las gráficas.                   | Observar.<br><br>Resolver dudas respecto a las indicaciones de la consigna. |
|                   | <b>Consigna 4.</b> Analizar la tabla proporcionada y describir la relación que existe entre la variable independiente y la variable dependiente. | Describir la relación que guardan la variable independiente y la variable dependiente. | Observar.<br><br>Resolver dudas respecto a las indicaciones de la consigna. |
| <b>Cierre</b>     | <b>Consigna 5.</b> Convertir del lenguaje natural al lenguaje algebraico una serie de enunciados dados.  | Pasar del lenguaje natural al algebraico los enunciados proporcionados.                | Observar.<br><br>Resolver dudas respecto a las indicaciones de la consigna. |

## Sesión 2. Aplicación Secuencia Didáctica (Anexo 2)

|                                    |  |
|------------------------------------|--|
| <b>Título general</b>              | Aprendizaje del concepto de Función a través de representaciones semióticas.   |
| <b>Tema en el que se trabajará</b> | <ul style="list-style-type: none"><li>• Tabulación a partir de un conjunto de datos.</li><li>• Graficación a partir de un registro tabular de datos.</li><li>• Resolución de problemas. Basados en el lenguaje natural.</li><li>• Construcción de expresiones algebraicas a partir del lenguaje natural.</li></ul> |
| <b>Objetivo didáctico general</b>  | Que el alumno logre una clara distinción entre los diferentes sistemas de registros y logre la conversión a través de cada uno de ellos.   |
| <b>Tiempo</b>                      | Dos sesiones de 120 min cada una.<br><br>Una sesión será dedicada a la realización de la práctica de laboratorio (ver anexo 4) y la otra al desarrollo de la secuencia didáctica dentro del aula.  |
| <b>Organización de actividad</b>   | En equipos conformados por 5 estudiantes.  |
| <b>Recursos</b>                    | Imprimible, Lápiz, Calculadora, Ordenador portátil (suministrado por el docente), Material para la práctica de   |

|                   |  |
|-------------------|--|
|                   | laboratorio (ver anexo 4).   |
| <b>Evaluación</b> | Resolución de la Consigna.<br><br>Conversión de registros de sistemas de representación semiótica. |

### **Secuencia de Actividades**

|                   | <b>Actividad</b>  | <b>Acciones del Alumno</b>  | <b>Acciones del profesor</b>  |
|-------------------|---|---|---|
| <b>Apertura</b>   | <b>Consigna 1.</b> De acuerdo a los resultados obtenidos en la práctica de laboratorio construir una tabla donde se registre la cantidad de tiempo necesario para hervir determinadas cantidades de agua. | Construir una tabla con los datos obtenidos en el laboratorio.<br><br>Socializar sus resultados con el equipo.                | Observar.<br><br>Promover la reflexión y la comunicación de resultados dentro del equipo. |
| <b>Desarrollo</b> | <b>Consigna 2.</b> Con los registros obtenidos de la tabla de la consigna 1, realizar una gráfica que refleje el tiempo necesario para elevar al punto de ebullición un volumen determinado de agua.      | Elaborar una gráfica a partir de la tabla realizada en el ejercicio anterior.<br><br>Socializar sus resultados con el equipo. | Observar.<br><br>Promover la reflexión y la comunicación de resultados dentro del equipo. |

|  |   |  |  |
|--|---|--|--|
|  |   |  |  |
|  | <p><b>Consigna 3.</b> Dar respuesta a una serie de cuestionamientos con base en la elaboración de la tabla y la gráfica correspondientes a la consigna 1 y 2.</p> | <p>Responder a una serie de preguntas.</p>   | <p>Orientar el análisis de lo cuestionado.</p> <p>Promover la reflexión y la comunicación de resultados dentro del equipo.</p>   |
|  | <p><b>Consigna 4.</b> Construir una función que permita estimar el tiempo necesario (t) para calentar a 100 °C una determinada cantidad de agua (q).</p>          | <p>Elaborar una función que determine el tiempo necesario para hervir una cierta cantidad de agua.</p> | <p>Resolver dudas respecto a las indicaciones de la consigna.</p> <p>Orientar el análisis de lo cuestionado.</p> <p>Promover la reflexión y la comunicación de resultados dentro del equipo.</p> |

|               |   |   |   |
|---------------|---|---|---|
| <b>Cierre</b> | <b>Consigna 5.</b> Con ayuda del ordenador portátil del docente, graficar la función construida en la consigna 4, graficar los datos registrados en la tabla de la consigna 1 y comparar ambas con la gráfica elaborada en la consigna 2. | Con ayuda del profesor y una laptop, graficar la función construida en el ejercicio 4, graficar los datos de la tabla del ejercicio 2 y compararlas con la gráfica del ejercicio 2. | Facilitar al estudiante las herramientas tecnológicas necesarias para la resolución de la consigna.<br><br>Orientar el análisis de lo cuestionado.<br><br>Promover la reflexión y la comunicación de resultados dentro del equipo y socializarlos hacia el grupo. |
|---------------|---|---|---|

### Sesión 3. Actividad de evaluación (Anexo 3)

|                                    |   |
|------------------------------------|---|
| <b>Título general</b>              | Aprendizaje del concepto de Función a través de representaciones semióticas.  |
| <b>Tema en el que se trabajará</b> | <ul style="list-style-type: none"><li>• Resolución de problemas. Basados en el lenguaje natural.</li><li>• Tabulación de una función.</li><li>• Graficación de una función.</li><li>• Construcción algebraica de una función.</li></ul> |
| <b>Objetivo didáctico general</b>  | Evaluar la capacidad del alumno para distinguir entre los diferentes sistemas de registros y hacer la conversión a través de cada uno de ellos.   |
| <b>Tiempo</b>                      | Una sesión de 120 min.  |
| <b>Organización de actividad</b>   | Individual  |
| <b>Recursos</b>                    | Imprimible, Lápiz, Calculadora  |
| <b>Evaluación</b>                  | Resolución de la Consigna<br><br>Conversión de registros de sistemas de representación semiótica.   |

### **Secuencia de Actividades**

| <b>Actividad</b>  | <b>Acciones del Alumno</b>  | <b>Acciones del profesor</b>   |
|-------------------|---|--|
| <b>Desarrollo</b> | <b>Consigna 1.</b> Describir una situación del contexto escolar y del hogar donde se identifique el concepto de función, elaborar una tabla, una gráfica y una expresión algebraica que represente este suceso. | Describir una situación de su escuela y hogar donde identifique el concepto de función, y con base en ello tabule, grafique y exprese de manera algebraica la función. |
|                   |   | Observar.<br><br>Resolver dudas respecto a las indicaciones de la consigna.  |

**Nota:** las actividades e ilustraciones contenidas en el documento son de autoría propia.

#### **3.4 Orientaciones al docente**

- Guiar al estudiante por medio de la contextualización del problema que se plantea en la secuencia didáctica, para resaltar la importancia del uso del concepto de función como una herramienta para solventar situaciones de este tipo.
- Acompañar al alumno a través de las conversiones de registros de representación semiótica buscando un punto de convergencia entre ellos.
- Ejemplificar al estudiante diversas situaciones en donde el registro de partida no sea necesariamente el natural, buscando con esto evitar limitar la capacidad del alumno para realizar las conversiones entre registros.

## **CAPÍTULO IV**

### **CONCLUSIONES**

#### **4.1 Conclusiones**

Para darse cuenta del porqué las dificultades en el aprendizaje de función han sido motivo para llevar a cabo numerosas investigaciones, es necesario reconocer la importancia del uso de la función como una herramienta para modelar situaciones y fenómenos físicos, biológicos y sociales de nuestro contexto.

Los problemas encontrados en la literatura referente a las dificultades en el aprendizaje del concepto de función, aluden principalmente a dos aspectos:

1. Periodos de tiempo relativamente cortos para abordar todos los contenidos propuestos en los planes de estudio.
2. Sobrevalorización de los procesos de mecanización por encima de los procesos de análisis en la resolución de problemas propios del concepto de función.

Los objetos matemáticos son objetos intangibles a los que no se puede tener acceso si no es a través de sus distintos sistemas de representación (tabular, natural, gráfico, numérico, algebraico).

La adquisición conceptual de un objeto matemático se verá condicionada y se dará únicamente a través de la adquisición y tratamiento de al menos dos registros de representación semiótica.

El objeto matemático de función debe presentarse al alumno aludiendo a la siguiente didáctica:

1. Introducir al alumno en el concepto de función a través del registro de la lengua natural.
2. Presentación del registro numérico a través de la ejemplificación de la relación entre variables.
3. Construcción del registro tabular.

4. Análisis e interpretación del registro gráfico.
5. Y por último, debido a su grado de complejidad y abstracción requerida, la presentación y construcción del registro algebraico.

#### **4.2 Recomendaciones**

- Ya que las representaciones semióticas son el único acceso a los objetos matemáticos es importante continuar con las investigaciones referentes al tema, ampliando el rango de aplicación de estas a las diferentes ramas de la matemática.
- Diseñar nuevas secuencias didácticas basadas en el uso de representaciones semióticas y en la contextualización del entorno del estudiante que faciliten la aprensión del concepto de función.

## Referencias Bibliográficas

- Artigue, M., Douady, R., Moreno, L. (1995). La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. Gómez, P (Ed.) *Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Bogotá, Colombia: Iberoamericana.
- Ayres, F. (1971). *Cálculo diferencial e integral*. 1° Ed. McGRAW-HILL: Estado de México, México.
- Betancur, Y. (2013). *Una propuesta metodológica para enseñar el concepto de función desde la experimentación*. (Tesis de Maestría) Universidad Nacional de Medellín. Medellín, Colombia.
- Castro, C. y Díaz, L. (2012). *Propuesta de enseñanza del concepto de función para estudiantes de educación superior*. 13° Encuentro Colombiano de matemática educativa ECME. Medellín, Colombia.
- Centro Nacional de Evaluación para la Educación Superior. (2018). *Guía EXANI-II*. 23° Ed.
- Correa, J. (2012). *Semiótica*. 1° Ed. Red Tercer Milenio: Tlanepantla, México.
- Cuesta, A. (2007). *El proceso de aprendizaje de los conceptos de función y extremo en estudiantes de economía: análisis de una innovación didáctica*. (Tesis Doctoral) Universidad Autónoma de Barcelona, Departamento de Didáctica de las Matemáticas y de las Ciencias Experimentales. Barcelona, España.
- D'Amore B. (2004). *Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética: interacciones constructivistas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipótesis sobre algunos factores que inhiben la devolución*. Uno. Barcelona, España. Vol. 35, 90-106
- Díaz, J. (2013). *El concepto de función: ideas pedagógicas a partir de su historia e investigaciones*. El cálculo y su enseñanza, vol. 3, 13-25.
- Dirección General del Bachillerato. (2004). *Manual de estilos de aprendizaje. Material Autoinstruccional para docentes y orientadores educativos*. Dirección de Coordinación Académica. México
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano: Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Cali: Universidad del Valle.
- Duval, R. (2006). *Un tema crucial en la educación matemática: la habilidad para cambiar el registro de representación*. La gaceta del RSME. 143-168.
- Fuentes, E. (2017). *Sistemas de representación: visual, auditivo y kinestésico*. Competencias del siglo 21. Recuperado el 20 de Junio de 2018 de: <http://competenciasdelsiglo21.com/sistemas-representacion-visual-auditivo-kinestesico/>

- García, D. (2012). *Las representaciones semióticas en el aprendizaje del concepto de función lineal*. (Tesis de Maestría) Universidad Autónoma de Manizales, Departamento de educación. Manizales, Colombia.
- García, L., Vázquez, R., Hinojosa, M. (2004). *Dificultades en el aprendizaje del concepto de función en estudiantes de ingeniería*. Ingenierías, vol. 7, 27-34.
- Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2013). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Universidad de Granada. Granada, España.
- Gómez, E., Hernández, H. y Chaucanés, A. (2015). *Dificultades en el aprendizaje y el trabajo inicial con funciones en estudiantes de educación media*. Scientia et technica, vol. 20, 278-285.
- Hernández, A., Cervantes, J., Ordoñez, J. y García, M. (2017). *Teoría de registros de representaciones semióticas*. Universidad Autónoma de Guerrero, Unidad Académica de Matemáticas. Guerrero, México.
- Leithold, L. (1998). *El cálculo*. 7° Ed. Oxford University Press: México.
- López, J. y Sosa, L. (2008). *Dificultades conceptuales y procedimentales en el aprendizaje de funciones en estudiantes de bachillerato*. Acta latinoamericana de matemática educativa, vol. 21, 308-318.
- López, M., López, G. (2008). *Los sistemas representativos en el aula*. X Congreso Nacional y II Congreso Internacional "Repensar la niñez en el siglo XXI". Mendoza, Argentina.
- López, P. y López, C. (2011). *La enseñanza de las matemáticas a través de la experimentación y el modelamiento de fenómenos físicos*. Universidad Católica de Manizales. Caldas, Colombia.
- Mendoza, S., Castillo, D., Cortez, A. y López, O. (2014). *Conceptos fundamentales de Graficación de Funciones en estudiantes del Área de Ciencias Básicas e Ingenierías*. Universidad Autónoma de Nayarit. Nayarit, México.
- Mera, M., Amores, P. (2017). *Estilos de aprendizaje y sistemas de representación mental de la información*. Universidad Técnica de Amabato. Amabato, Ecuador.
- Oviedo, L., Kanashiro, A., Bnzaquen, M. y Gorrochategui, M. (2012). *Los registros semióticos de representación en matemática*. Revista aula universitaria, vol. 13, 29-36.
- Quecedo, R., Castaño, C. (2002). *Introducción a la metodología de investigación cualitativa*. Revista de Psicodidáctica, vol. 14, 4-40
- Quezada, I. (2014). *El aprendizaje de los criterios fundamentales de reducción de ángulos basados en diversas representaciones*. (Tesis de Licenciatura) Universidad Autónoma de Nayarit. Nayarit, México.
- Roumieu, S. (2014). *La importancia de las funciones en la formulación de modelos matemáticos utilizando tecnología: implementación del modelo 1 a 1*. Congreso Iberoamericano de Ciencia, tecnología, Innovación y Educación. Buenos Aires, Argentina.

- Rojas, P. (2012). *Sistemas de Representación y aprendizaje de las matemáticas*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá, Colombia.
- Ruiz de Gauna, J. (2010). *La enseñanza de las matemáticas del bachillerato, los libros de texto y las pruebas de acceso a la UPV-EHU*. (Tesis de Doctorado) Universidad del País Vasco. España
- Santaolalla, E. (2009). *Matemáticas y estilos de aprendizaje*. Universidad Nacional de Educación a Distancia. España.
- Secretaría de Educación Media Superior. (2012). *Programa de matemática IV*. Nayarit, México: Universidad Autónoma de Nayarit.
- Tamayo, O. (2006). *Representaciones semióticas y evolución conceptual en la enseñanza de las ciencias y las matemáticas*. Revista educación y pedagogía, vol. 18, 37-49.
- Thomas, G. (2006). *Cálculo de una variable*. 11° Ed. Pearson: México.
- Ugalde, W. (2013). *Funciones: desarrollo histórico del concepto y actividades de enseñanza aprendizaje*. Escuela de Matemática, Universidad de Costa Rica. Costa Rica.
- Vargas, M. (2011). *El concepto de función y sus aplicaciones en situaciones relacionadas con fenómenos físicos que conducen a un modelo cuadrático, una propuesta para trabajar en el grado noveno*. (Tesis de Maestría) Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ciencias. Bogotá, Colombia.
- Zúñiga, M. (2009). *Estudio acerca de la construcción del concepto de función, visualización. En alumnos de un curso de cálculo I*. (Tesis de Maestría) Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán, Vicerrectoría de Investigación y Postgrado. Tegucigalpa, Honduras.

# **ANEXOS**

## Anexo 1. Evaluación Diagnóstica

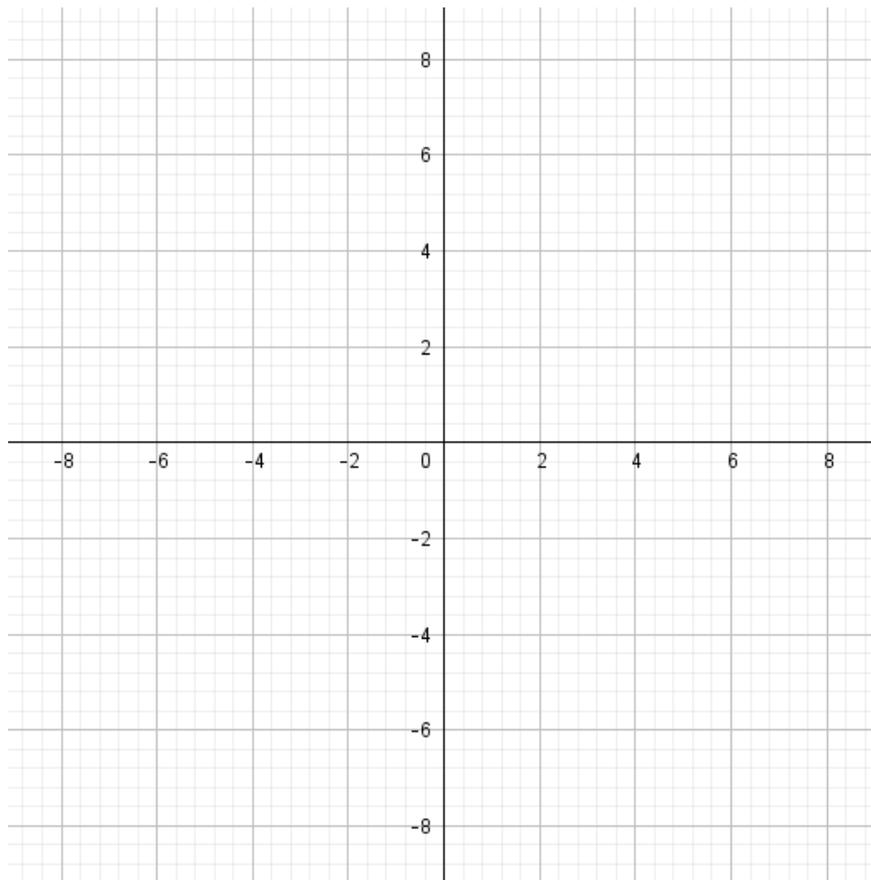
**Unidad:** Análisis de Funciones

**Tema:** Concepto de Función

Contesta lo que se pide a continuación

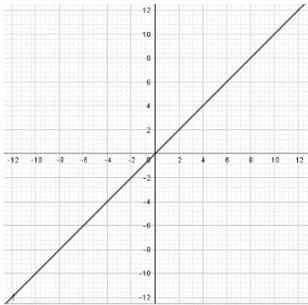
1. Grafica los siguientes puntos en el plano cartesiano.

**A** (2, 4), **B** (-4, 7), **C** (-3, -2), **D** (2, -6), **E** (1, -1), **F** (-3, 1) y **G** (-2, -4)

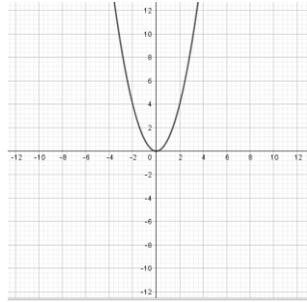


2. Relaciona cada una de las siguientes gráficas con la función que le corresponde.

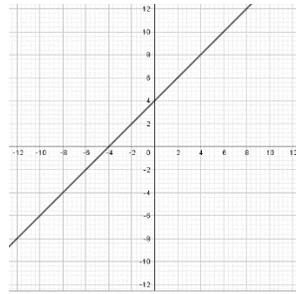
- (a).-  $f(x) = x$       (b).-  $f(x) = x + 4$       (c).-  $f(x) = -x - 2$       (d).-  $f(x) = x^2$



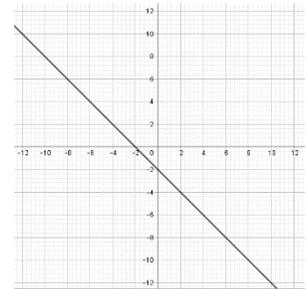
( )



( )

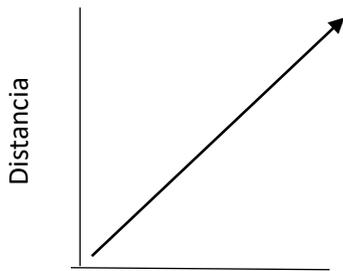


( )

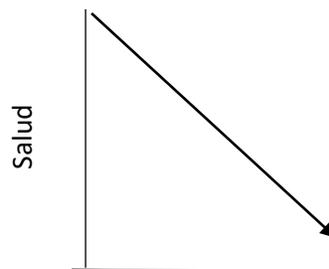


( )

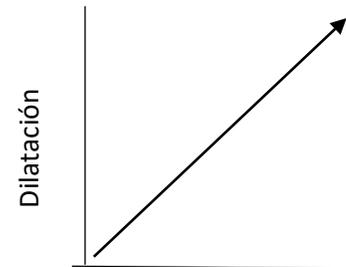
3. Observa las siguientes gráficas y describe, ¿Qué relación existe entre las variables de cada una de ellas?



Tiempo



Edad



Temperatura

4. Analiza la siguiente tabla y describe de qué manera se relacionan las variables: kilogramos de masa (variable independiente) y kilogramos de tortillas (variable dependiente).

| MASA (KILOGRAMOS)      | 2   | 4 | 6   | 8 | 10  | 12 | 14   | 16 | 18   | 20 |
|------------------------|-----|---|-----|---|-----|----|------|----|------|----|
| TORTILLAS (KILOGRAMOS) | 1.5 | 3 | 4.5 | 6 | 7.5 | 9  | 10.5 | 12 | 13.5 | 15 |

5. Convierte del lenguaje natural al lenguaje algebraico los siguientes enunciados.

- a) Un vehículo recorre una distancia ( $d$ ) de 12 km por cada litro de combustible ( $c$ ) que utiliza.
- b) Un camión de volteo es capaz de llevar 2 toneladas de carga ( $tn$ ) por cada flete ( $f$ ) que realiza.
- c) La esperanza de vida de una mujer ( $m$ ) es 4 años mayor a la de un hombre ( $h$ ).
- d) La diferencia ( $df$ ) entre un número ( $n$ ) y el número anterior a este.

## **Anexo 2. Aplicación de Secuencia Didáctica**

**Unidad:** Análisis de Funciones

**Tema:** Concepto de Función

**Lee con atención el siguiente texto.**

En el estado de Nayarit, México, cierto grupo de investigadores conformado por médicos y químicos de la Universidad Autónoma de Nayarit descubrieron una nueva bacteria que comenzaba a propagarse a gran velocidad entre la población de bebés menores a un año en la localidad de Los Álamos, municipio de la Yesca. Esto debido al consumo de agua no purificada y a la resistencia de esta bacteria a los métodos tradicionales de potabilización. Ante tal situación desarrollaron un nuevo método de tratamiento del agua, con el cual ellos aseguran, la bacteria presente en el vital líquido es eliminada en un 99.99%. El proceso consiste en elevar hasta 100 °C la temperatura del agua y en ese preciso instante agregar una mezcla de iones de cloro, bromo y sodio, de esta manera el agua se es purificada y es segura para el consumo de los infantes.

La secretaría de salud, preocupada por el brote y la propagación de esta enfermedad decidió colaborar con el grupo de investigadores y distribuirá en todos los hogares de la comunidad un suministro de esta mezcla de cloro, bromo y sodio. Sin embargo hay un problema, los hogares no cuentan con un termómetro para medir la temperatura del agua, por lo que sería necesario idear una manera confiable de predecir el tiempo que tardaría en hervir cierta cantidad de agua.

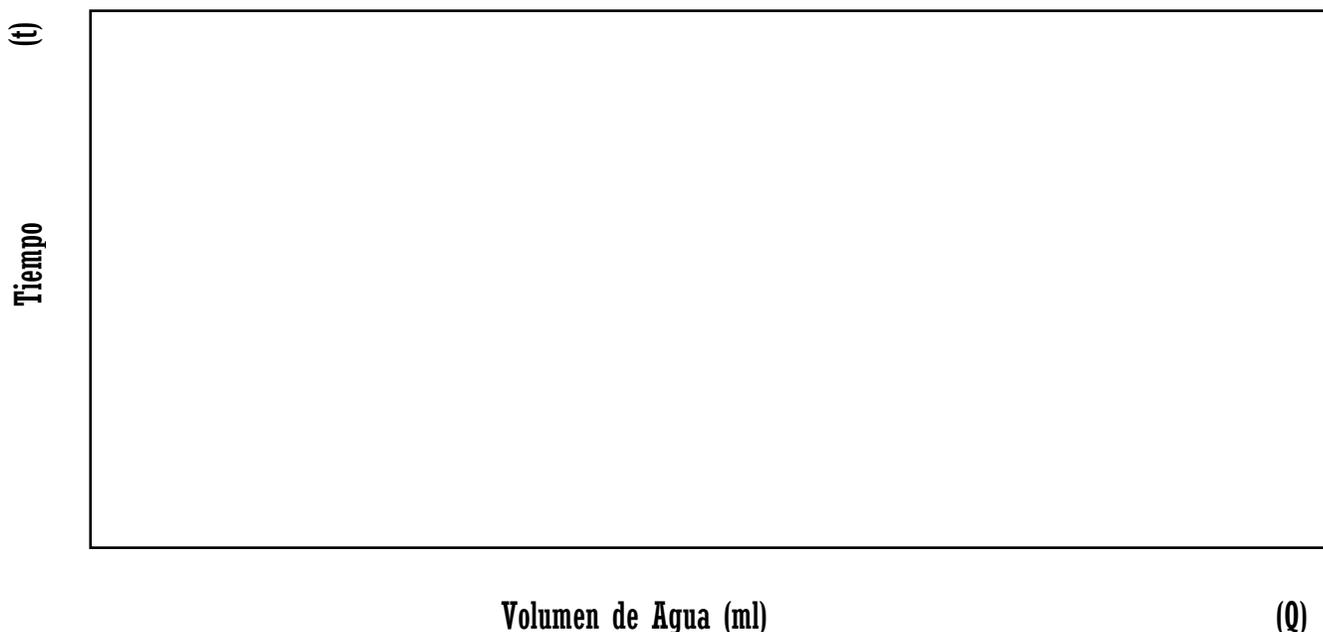
Dado que la mayoría de los hogares cuenta con una parrilla eléctrica para cocinar, uno de los investigadores propuso tomar el tiempo que tardaría el agua en alcanzar los 100 °C en una de estas parrillas, realizaría el procedimiento con volúmenes de 100 ml, 200 ml, 300 ml, 400 ml, 500 ml, 600 ml, 700 ml, 800 ml, 900 ml y 1000 ml de agua. De esta manera, con los datos obtenidos el sería capaz de elaborar un modelo de predicción que proporcionaría a las personas el tiempo necesario para hervir y potabilizar adecuadamente determinada cantidad de agua. Desafortunadamente este investigador enfermó y no pudo concluir con este trabajo, a pesar de ello dejó las instrucciones para realizar dicho procedimiento, ahora depende de ti llevarlas a cabo y terminar con esta investigación.

Realiza la práctica de laboratorio anexa a esta actividad y con los datos obtenidos de ella contesta lo siguiente:

1. De acuerdo a los resultados obtenidos en la práctica de laboratorio elabora una tabla en donde registres la cantidad de tiempo necesario para elevar a 100 °C los diferentes volúmenes de agua.

| Volumén de agua (ml) | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 | 600 | 700 | 800 | 900 | 1000 |
|----------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| Tiempo               |     |     |     |     |     |     |     |     |     |      |

2. Con los registros de la tabla anterior realiza una gráfica donde se refleje el tiempo (variable dependiente) necesario para elevar hasta el punto de ebullición los distintos volúmenes de agua (variable independiente).



3. Da respuesta a las siguientes preguntas:

- a) ¿Cuánto tiempo será necesario para que 700 ml de agua alcancen los 100 °C?
- b) ¿Y para 1600 ml cuanto tiempo sería necesario?
- c) ¿Cómo harías para calcular el tiempo requerido para hervir 2500 ml de agua?

**4.** A manera de producto final, el grupo de investigación entregará a cada uno de los hogares de la comunidad una función que les permita estimar de manera aproximada el tiempo necesario ( $t$ ), para calentar a  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$  una determinada cantidad de agua ( $q$ ). De acuerdo a los resultados obtenidos en el laboratorio ¿Cuál sería la función que el grupo de investigadores entregaría a cada uno de los hogares? Justifica tu respuesta.

**5.** Con ayuda del profesor y utilizando un ordenador portátil grafiquen la función que construyeron en el ejercicio anterior, de igual manera grafiquen los datos registrados en la tabla que elaboraron en el ejercicio 1. Comparen ambas gráficas con la gráfica elaborada en el ejercicio 2. ¿Coinciden las gráficas?, ¿A qué crees que se deba esto?, ¿Qué puedes concluir al respecto?

### **Anexo 3. Actividad de Evaluación**

**Unidad:** Análisis de Funciones

**Tema:** Concepto de Función

Contesta lo que se pide a continuación.

**1.** Describe una situación en los siguientes contextos de tu vida diaria donde te sea posible identificar el concepto de función, así mismo elabora una tabla, una gráfica y construye una expresión algebraica que represente dicho suceso observado.

- a) La escuela
- b) Tu hogar

## Anexo 4. Práctica de Laboratorio

**Unidad:** Análisis de Funciones

**Tema:** Concepto de Función

### Objetivo

Medir el tiempo que tarda el agua dispuesta en diferentes volúmenes en alcanzar el punto de ebullición (100 °C).

### Método

Calentar el agua en un recipiente sobre una parrilla eléctrica hasta el punto de ebullición y registrar el tiempo que le tomó en hacerlo.

### Materiales



Parrilla eléctrica



Olla de peltre



Termómetro



Vaso de precipitados



Agua



Cronómetro



Pinzas para crisol

**Duración:** Una sesión de laboratorio de 120 minutos.

**Procedimiento:**

Dispuestos en equipos de 5 estudiantes por mesa de trabajo realizar lo siguiente:

1. Enciende la parrilla eléctrica y espera hasta que esta haya alcanzado su temperatura máxima.
2. Toma el vaso de precipitados y coloca en él la cantidad de 100 ml. de agua.
3. Vierte el agua que se encuentra dentro del vaso de precipitados dentro de la olla de peltre y colócala sobre la parrilla encendida.
4. Introduce el termómetro dentro de la olla (ten cuidado de que el termómetro no toque el fondo ni los costados de la olla, de ser necesario puedes utilizar un par de pinzas para sostenerlo).
5. Utiliza el cronómetro para tomar el tiempo que tarda el agua en alcanzar los 100 °C.
6. Una vez que el agua alcanzó los 100 °C retira con cuidado y con ayuda del profesor la olla de peltre de la parrilla, retira por completo el agua dentro de ella y deja que esta se enfríe hasta recuperar su temperatura normal.
7. Nuevamente toma el vaso de precipitados y vierte en él la cantidad de 200 ml. de agua.
8. Vierte el agua que se encuentra dentro del vaso de precipitados dentro de la olla de peltre y colócala sobre la parrilla encendida.
9. Introduce de nueva cuenta el termómetro dentro de la olla y toma el tiempo que transcurre hasta que el agua alcanza una temperatura de 100 °C.
10. Retira por completo el agua de la olla y deja que esta se enfríe hasta que recupera su temperatura normal.
11. Repite este mismo proceso con las cantidades de 300 ml, 400 ml, 500 ml, 600 ml, 700 ml, 800 ml, 900 ml y 1000 ml.

(No olvides hacer tus anotaciones, lleva un registro de las cantidades de agua y el tiempo que les requirió alcanzar el punto de ebullición.)